

Midtveiseeksamen — Løsningsforslag

INF2310 - Digital Bildebehandling

Eksamen i: INF2310 - Digital Bildebehandling

Eksamensdag: Tirsdag 21. mars 2017

Tidspunkt for eksamen: 09:00 - 13:00

Oppgavesettet er på 8 sider

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Ingen

- Det er 9 oppgaver i dette oppgavesettet.
- Les gjennom hele oppgaven før du begynner å løse oppgaven. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i oppgaven, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.
- Det er tilsammen 17 delspørsmål, og det lønner seg å disponere tiden slik at man får besvart alle oppgavene. Hvis dere står fast på enkeltoppgaver, gå videre slik at dere får gitt et kort svar på alle oppgaver.
- *Alle delspørsmål teller like mye i evalueringen av besvarelsen.*
- *Alle svar skal begrunnes.* Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnementer.
- **Løsningsforslag er i grønn farge.**

1. Sampling og geometrisk transform

Anta at vi har et (kontinuerlig) båndbegrenset bilde med en høyeste frekvens

$$f_{\max} = 5 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$$

a)

Det som er avbildet er bl.a. noen punktkilder som står så nær hverandre at de så vidt kan skilles fra hverandre i bildet. Gi en grense for hvor tett disse punktkildene står.

Plasser en mengde tenkte punktkilder med avstand T i mellom seg på en rekke. Siden punkte kan skilles får vi da et signal med periode T i bildet. T kan ikke være mindre enn minste periode i bildet:

$$\begin{aligned} T &\geq T_{\min} \\ &= \frac{1}{f_{\max}} \\ &= \frac{1}{5 \times 10^3 \text{ m}^{-1}} \\ &= 0.2 \text{ mm.} \end{aligned}$$

b)

Hvor tett må vi sample dette bildet for å unngå aliasing? Gi en nedre grense for *samplefrekvensen*, f_s . La oss videre anta at vi har samplet bildet med en rate så vidt over denne grensen.

Samplingsteoremet krever $f_s > 2f_{\max}$, altså må

$$\begin{aligned} f_s &> 2 \cdot 5 \times 10^3 \text{ m}^{-1} \\ &= 10 \times 10^3 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

c)

Etter sampling utføres det en geometrisk transform gitt ved disse likningene:

$$\begin{aligned} x' &= 0.5x + 100, \\ y' &= 0.5y + 200, \end{aligned}$$

der x og y er koordinatene i innbildet, x' og y' er de transformerte koordinatene. La oss videre anta at det benyttes en vanlig resampling ved baklengstransformasjon.

Hva vil den effektive samplehastigheten være etter en slik transform, og hvilke (uønskede) effekter vil dette kunne gi opphav til?

Den effektive, nye samplingsraten blir halvert: $f_s^{\text{ny}} = 0.5f_s$. Altså vil vi i vårt bilde, hvor vi har samlet med så lav rate vi kan, ende opp med å bryte kravene fra samplingsteoremet og altså oppleve aliasingproblemer.

2. Et avbildnings- og bildebehandlingssystem

Forklar eventuelle prinsipielle problemer med rekkefølgen i dette avbildnings- og bildeanalyse-systemet:

Avbildning → Sampling → Analyse av romlig oppløsning fra det samlede bildet
→ Anti-aliasing → Videre strukturanalyse av bildet

Vi er nødt til å utføre eventuell anti-aliasing før sampling.

3. Histogrammer

La oss anta at vi har følgende 4×4 gråtonebilde:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | 4 | 5 | 3 |
| 4 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 2 | 1 |

Skissér gråtonehistogrammet, h , det normaliserte histogrammet, p , samt det kumulative histogrammet, c , til bildet. Gi et generelt uttrykk (matematisk formel) for p og c basert på h .

I dette tilfellet er

$$h = [5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2]$$
$$p = \frac{1}{16} [5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 2]$$
$$c = [5 \ 9 \ 12 \ 14 \ 16].$$

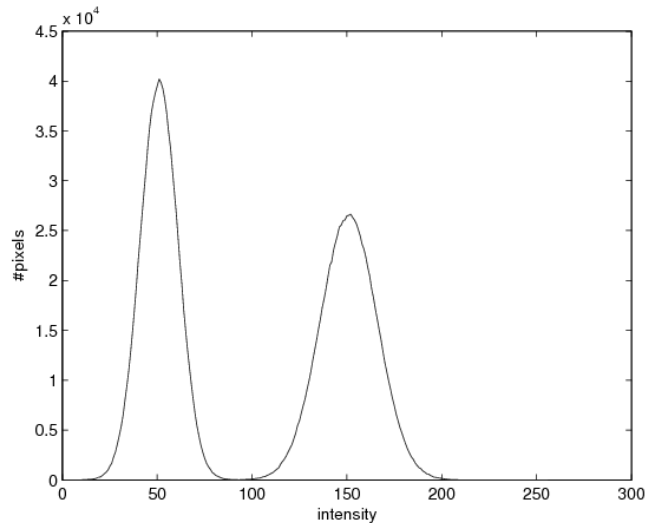
Generelt, for gitt histogram h , er

$$p(i) = \frac{1}{N} h(i),$$
$$c(j) = \sum_{i=0}^{G-1} h(i),$$

der N er antall piksler i bildet og G antall gråtoner (og hvor vi implisitt har antatt pikselverdier i $\{0, 1, \dots, G-1\}$).

4. Pikselkvantisering og pikselrekonstruksjon

Anta at vårt 8-bits bilde har følgende histogram:



La oss anta at vi skal rekvantisere bildet til 1 bit per piksel, altså til et bilde bestående av 0-ere og 1-ere. Skisser gråtonetransformen $T[i]$ du ville benyttet. Hvilken verdi for 0 og hvilken verdi for 1 ville du benyttet ved rekonstruksjon til et 8 bits bilde? Gi en (kort) begrunnelse for dine valg for både $T[i]$ og rekonstruksjonsverdier.

Vi ville valgt en terskel rundt bunnpunktet mellom de to toppene, altså $T[i] = 0$ for $0 \leq i \leq 90$ og 1 for $i > 90$. (Omtrent.) Rekonstruksjon: $0 \mapsto 50$ (første toppen), $1 \mapsto 150$ (andre toppen). Ser man på sluttransformen som en histogram søyleflytter, vil totalfeilen være summen av hver søyles høyde multiplisert med hvor mye den ble flyttet. De valgte transformparametrene gir bortimot minimal slik totalfeil.

5. Gråtonetransform og bildeseriestandardisering

Anta gråtonetransformen $T[i] = ai + b$, der a og b er koeffisienter/konstanter.

a)

Hvilken effekt har parametrene a og b på gråtonehistogrammet til det resulterende bildet? Forklar også effekten av a og b på kontrasten og lysheten til bildet.

b vil flytte hele histogrammet; gjøre bildet lysere hvis $b > 0$ eller mørkere hvis $b < 0$. a vil strekke histogrammet; gjøre det bredere (øke kontrasten) om $a > 1$ og smalere (minke kontrasten) om $1 < a < 1$, samt speilvende histogrammet om $a < 0$.

b)

Man kan gi en serie bilder lik varians og middelværdi ved å benytte slike gråtone-transformer. Hva prøver man å oppnå ved slik standardisering av varians og middelværdi?

Varians er knyttet opp mot kontrasten i bildet, og middelværdi sier noe om lysheten. Man ønsker å standardisere kontrasten og lysheten til bildene.

6. En eksponentiell gråtonetransform

Anta gråtonetransformen $T[i] = \exp(i)$. Hva vil denne transformen gjøre med kontrasten i henholdsvis de mørke og lyse intensitetsintervallene?

Stigningstallet til transformen er lavt ved lave intensitetsverdier, og høyt ved høye verdier; følgelig vil transformen minke kontrasten i de mørke områdene og øke kontrasten i de lyse områdene.

7. Histogramutjevning

Hva er histogramutjevning? For et generelt bilde, beskriv hvordan man finner gråtonetransformen som utfører en histogramutjevning.

Et forsøk på å maksimere kontrasten og bevare gråtonerikheten ved å lage et (tilnærmet) flatt resultathistogram. Transformen vi benytter er en skalert variant av bildets kumulative histogram.

8. Filtrering

I denne oppgaven skal du beregne en del konvolusjoner. Forklar hva du gjør, slik at om det forekommer regnefeil, så er det enkelt å skjønne om det kommer på grunn av slurvefeil eller mangel på forståelse.

a)

La

$$h_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

og

$$h_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Beregn konvolusjonen

$$g = h_1 * h_2$$

ved full konvolusjon, altså der en beregner respons for alle overlappende piksler.
Hint: g skal ha størrelse 4×4 .

$$g = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 \\ 4 & 13 & 17 & 10 \\ 5 & 12 & 10 & 6 \\ 6 & 11 & 7 & 4 \end{bmatrix}$$

b)

Utfør en middelveidfitering på bildet

$$f = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 7 & 6 & 0 & 6 \\ 6 & 6 & 5 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 7 & 5 & 6 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 1 & 1 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

ved bruk av et 3×3 middelveidfiter, og forklar hensikten med en slik filtrering.
Beregn kun respons for pikser der hele filteret overlapper med bildet (altså skal resultatbildet ha størrelse 3×4).

$$g = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 4 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

c)

Utfør en medianfiltrering av bildet f fra oppgave 8 b) over. Benytt et plussformet filter som vist i fig. 1. Drøft fordeler og ulemper med denne filtreringen satt opp mot middelveidfitering.

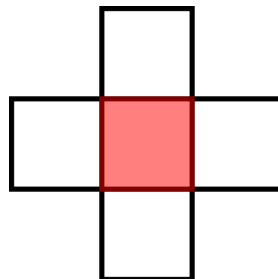


Figure 1: Medianfilter med origo i den røde senterpikselen.

$$g = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 5 & 1 \\ 5 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

d)

Beskriv egenskapene til filteret h og hva det blir brukt til.

$$h = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Dette er et 3×3 vertikalt Sobel filter. Det blir brukt til å approksimere den vertikale gradientkomponenten i et bilde, samtidig som det glatter i horisontal retning.

e)

Er filteret h fra oppgave 8 d) separabelt? I så tilfelle; hvilke komponenter kan det separeres i?

Det er separabelt,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} * [1 \ 2 \ 1] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

9. RGB og HSI

Fig. 2 viser et *RGB*-bilde av primærfargene og sekundærfargene i en *CMYK*-modell, samt de tilhørende, individuelle fargekomponentene som gråtonebilder.

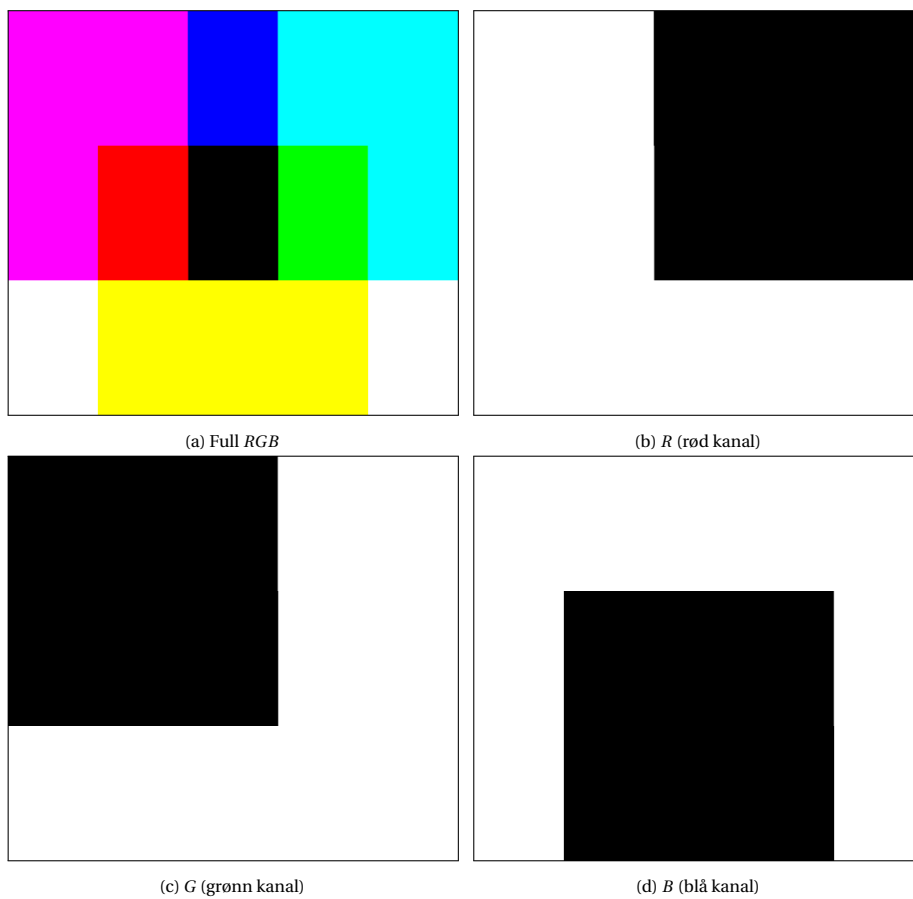


Figure 2: Et *RGB*-bilde med tilhørende fargekomponenter.

Fig. 3 viser det samme bildet som fig. 2 med tilhørende *HSI*-komponenter.

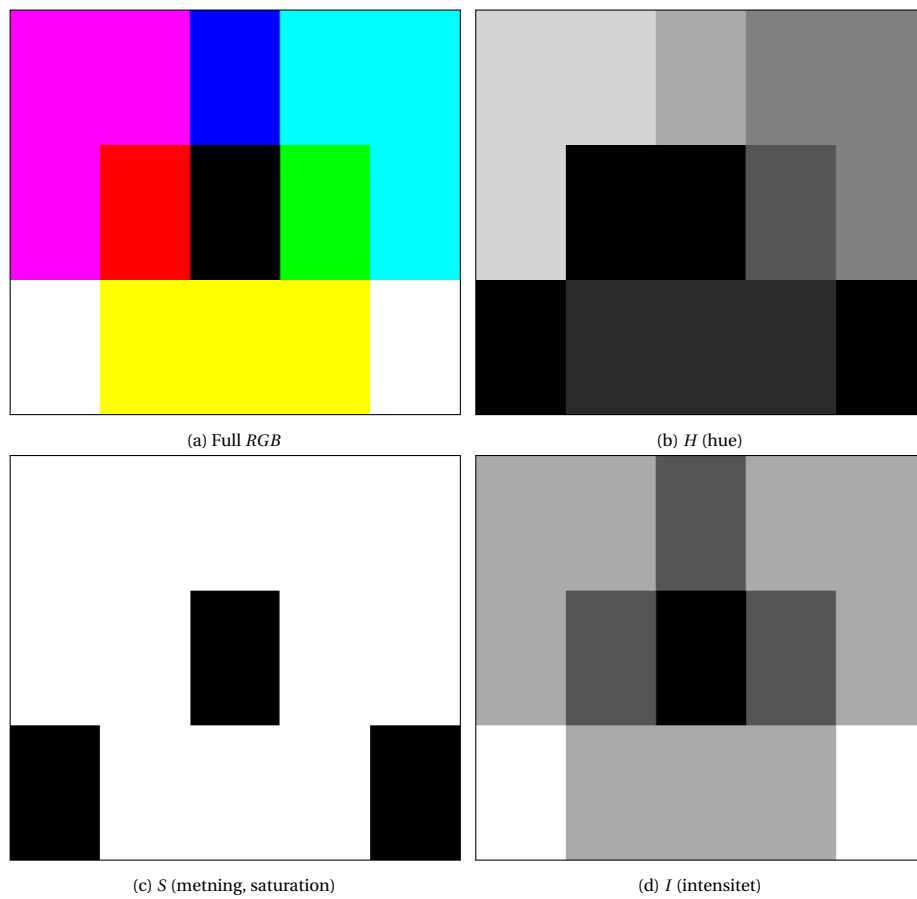


Figure 3: Et *RGB*-bilde med tilhørende *H*, *S*, og *I* komponenter.

a)

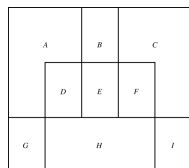


Figure 4: Referanse

Bruk masken i fig. 4 som referanse, og fyll ferdig skjemaet i tabellen under. Merk at H (hue) tar verdier i intervallet $[0, 360]$, mens S , I (intensitet), R , G , og B tar verdier i $[0, 1]$. Merk også at vi definerer $H = 0$ der $R = G = B$, og $S = 0$ der $I = 0$.

| | Hue | Metning | Intensitet |
|-------------|-----|---------|------------|
| A (magenta) | | | |
| B (blå) | | | |
| C (cyan) | | | |
| D (rød) | 0 | | |
| E (svart) | 0 | 0 | |
| F (grønn) | | | |
| G (hvit) | 0 | | |
| H (gul) | 60 | | |
| I (hvit) | 0 | | |

| | Hue | Metning | Intensitet |
|-------------|-----|---------|------------|
| A (magenta) | 300 | 1 | 2/3 |
| B (blå) | 240 | 1 | 1/3 |
| C (cyan) | 180 | 1 | 2/3 |
| D (rød) | 0 | 1 | 1/3 |
| E (svart) | 0 | 0 | 0 |
| F (grønn) | 120 | 1 | 1/3 |
| G (hvit) | 0 | 0 | 1 |
| H (gul) | 60 | 1 | 2/3 |
| I (hvit) | 0 | 0 | 1 |

b)

Om en skal utføre kontrastendring (f.eks. histogramutjevning) på et *RGB*-bilde, er det ofte vanlig med følgende prosedyre:

1. Transformer *RGB*-bildet til *HSI*.
2. Utfør kontrastendringen *kun* på *I*-komponenten.
3. Transformer resultatet tilbake til *RGB*.

Forklar motivasjonen bak en slik fremgangsmåte.

Om en utfører transformasjonene på fargekanalene *R*, *G*, og/eller *B*, vil fargene endres, og det er ofte ikke det som er ønskelig. Dette er også tilfelle med hue- og metnings-kanalen i *HSI*. Da vi ønsker å gjøre transformasjonen på intensiteten, gir det mening å kun utføre transformasjonen på intensitetskomponenten.

Lykke til.